

СЕЙЛБЕКОВ БОЛАТ НАГАШБЕКОВИЧ

**ВЕСОВЫЕ ОЦЕНКИ ОПЕРАТОРОВ ДРОБНОГО
ИНТЕГРИРОВАНИЯ**

АННОТАЦИЯ

**Диссертации на соискание степени доктора философии (PhD) по
специальности 6D060100-Математика**

Актуальность темы. Диссертационная работа посвящена условиям и проблемам получения весовых оценок интегральных операторов единичного порядка типа Харди.

В теории весовых пространств одной из главных проблем является характеристика оценок интегральных и дискретных операторов дробного порядка типа Харди. Оценка этих операторов стала рассматриваться в связи с участвовавшими применениями в гармоническом анализе, теории дифференциальных, разностных уравнений и других областях математики. Для интегральных и дискретных операторов дробного порядка их весовые оценки во многих случаях рассматриваются, и относящаяся к ним математическая литература содержит множество книг и научных трудов.

Начиная с 60-х годов прошлого века были изучены весовые оценки условий интегральных, дискретных операторов типа Харди, состоящих из двух весов, двух параметров. В более поздние времена стали интересоваться оценками веса условий операторов типа Харди, состоящих из различных соотношений трех весов и четырех параметров, например, рассматриваются вопросы двухсторонней оценки и получения компактности интегральных операторов дробного порядка типа Харди.

Актуальность диссертационной работы:

- ограниченность и компактность интегрального оператора дробного порядка с логарифмическими особенностями;
- двойные оценки и компакты интегральных операторов дробного порядка, верхний и нижний пределы которых являются функциями;
- рассмотрены необходимые и достаточные условия весовых оценок трех весовых и четырехпараметрических неравенств.

Интегральные и дискретные неравенства типа Харди и их различные обобщенные типы изучаются многими странами мира. Например, ученые из России, Швеции, Чехии, США, Хорватии, Италии, Норвегии, Китая.

Изучение неравенств типа Харди в Казахстане началось с работ М. Отелбаева и Р. Ойнарова, которые продолжились в работах К. Мырзатаевой, А. Калыбай, А. М. Темирхановой, А. М. Абылаевой, М. Алдай. По теме диссертации защищены диссертации С. Х. Шалгинбаевой, А. М. Темирхановой, А. М. Абылаевой.

Цель работы. Основной целью диссертационной работы является получение критериев ограниченности и компактности интегрального оператора дробного порядка типа Харди с логарифмической особенностью, а

также получение двухсторонних оценок и компактности операторов дробного порядка верхние и нижние пределы которых являются функциями в весовых пространствах Лебега, при различных параметрах.

Объект исследования. Интегральный оператор дробного порядка типа Харди с логарифмическими и α -особенностями в весовом пространстве Лебега. Кроме этого, интегральные операторы дробного порядка, верхние и нижние пределы которых являются функциями, а также три весовые функции и четыре параметрические интегральные неравенства.

Методы исследования. Наряду с методами математического и функционального анализа в диссертационной работе используется метод деления дробного порядка на интегральные части «метод локализации» (the blocking technique). В процессе доказывания использовались различные классические неравенства, а также весовые неравенства типа Харди.

Научная новизна. Все полученные результаты являются новыми. В их числе:

1. Необходимые и достаточные условия на веса, при которых оператор дробного порядка типа Харди с логарифмической особенностью ограничено и компактно действует в весовых пространствах Лебега при $0 < \alpha < 1$, $\frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ и $\beta \geq 0$;

2. Необходимые и достаточные условия на веса, при которых оператор дробного порядка типа Харди с логарифмической особенностью ограничено и компактно действует в весовых пространствах Лебега при $0 < \alpha < 1$, $0 < q < p < \infty$, $p > \frac{1}{\alpha}$ и $\beta \geq 0$.

3. Критерии ограниченности и компактности операторов дробного порядка с верхними и нижними пределами которых являются функции в весовых пространствах Лебега, когда параметры удовлетворяют условиям $1 < p \leq q < \infty$, $\frac{1}{p} < \alpha < 1$ и $\beta \geq 0$.

4. Критерии ограниченности и компактности операторов дробного порядка с верхними и нижними пределами которых являются функции в весовых пространствах Лебега, когда параметры удовлетворяют условиям $0 < \alpha < 1$, $0 < q < p < \infty$, $p > \frac{1}{\alpha}$ и $\beta \leq 0$.

Теоретическая и практическая ценность. Работа носит теоретический характер. В ней получены весовые оценки для операторов дробного порядка типа Харди с логарифмическими и α особенностями, а также получены весовые оценки операторов дробного порядка, которые верхний и нижний пределы являются функциями. Полученные результаты могут быть применимы в оценке решений дифференциальных уравнений, моделирующих различные процессы в биологии, квантовой физике и технических задачах.

Личный вклад соискателя. Исследовательские работы, представленные в диссертации, выполнены при непосредственном участии

автора. Рассмотрены критерии выполнения трех взвешенных, четырех параметрических линейных неравенств: ограниченность и компактность интегрального оператора дробного порядка с логарифмической особенностью, а также двусторонняя оценка и компактность операторов типа Харди, верхний и нижний пределы которых являются функциями. Полученные результаты были опубликованы в виде научных статей и научных докладов.

Апробация полученных результатов.

1. На традиционных международных научных апрельских конференциях Института математики и математического моделирования (Алматы 2019, 2020).

2. На международной конференции «Теоретические и прикладные проблемы математики, механики и информатики » (2019).

3. Доклад на международной конференции «Актуальные проблемы анализа, дифференциальных уравнений и алгебры», посвященной 10-летию Евразийского математического журнала (EMJ-2019) (Нур-Султан, 2019).

Индивидуальные результаты диссертационной работы:

- На научном семинаре «Функциональный анализ и его применение» (руководители семинаров академики НАН РК М. Отелбаев и Р. Ойнаров, профессора Е. Д. Нурсултанов, К. Н. Оспанов) выступил с докладом 2 раза;

- с 26 сентября по 26 декабря 2019 года в ходе прохождения научной стажировки докторанта, под руководством профессора кафедры «Математика и статистика» физико-математического факультета Башкортского государственного педагогического университета им. М. Акмуллы, г. Уфа, Республика Башкортостан, д.ф.-м.н., заслуженный деятель науки РФ и РБ, лауреата Государственной премии РБ в области науки Султанаева Яудата Талгатовича были представлены доклады на научных семинарах «Спектральная теория дифференциальных операторов», проводимых под его руководством.

- Неоднократно докладывались и обсуждались на научном семинаре «Весовые неравенства и их применение» (руководители семинара академик НАН РК Р. Ойнаров, ассоциированные профессора А. М. Темирганова, А. М. Абылаева, доцент М. Алдай).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 работ, в том числе 1 статья в рейтинговом журнале, индексируемом в базе данных Scopus, Web of Science (Web of Science, Impact factor – 88%, 2022, Q1), 3 статьи в научных изданиях, входящих в список, представленный комитетом по контролю в сфере образования и науки МОН РК, 7 публикаций в материалах международных научных конференций, в том числе 1 публикация в материалах зарубежных международных конференций.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа содержит тематическую страницу, содержание, введение, две части, заключение и список использованных литературы из 58 наименований. Общий объем диссертации составляет 97 страницы.

Во второй главе получены необходимые и достаточные условия p, q, α, β параметров интегрального оператора дробного порядка для следующих случаев:

а) $0 < \alpha < 1, \frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ и $\beta \geq 0$ (раздел 2.1);

б) $0 < \alpha < 1, 0 < q < p < \infty, p > \frac{1}{\alpha}$ и $\beta \geq 0$ (раздел 2.2);

с) $0 < \alpha < 1, \frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ и $\beta \geq 0$ (раздел 2.3);

а) $0 < \alpha < 1, \frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ и $\beta \leq 0$ (раздел 2.4);

б) $0 < \alpha < 1, 0 < q < p < \infty, p > \frac{1}{\alpha}$ и $\beta \leq 0$ (раздел 2.5);

с) $0 < \alpha < 1, \frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ и $\beta \leq 0$ (раздел 2.6).

В заключении дается краткий анализ полученных результатов и излагается среда их применения. Диссертационная работа завершается списком использованной литературы.